

### 7.1

長さ  $k$  の識別系列で求めた分割を  $\Pi_k$  とする.  $\Pi_0$  は入力を加えない場合で, 全ての状態を含む一つのブロックからなる分割である. 即ち,

$$\Pi_0 = \{[Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5]\}$$

次に, 入力  $x = 0$  を加えると,

$$\Pi_1 = \{[Q_0, Q_1, Q_2, Q_4, Q_5], [Q_3]\}$$

となる. 次に,  $x = 10$  と入力を加えた場合,

$$\Pi_2 = \{[Q_0, Q_2, Q_4], [Q_1, Q_5], [Q_3]\}$$

となる. さらに  $\Pi_2$  において入力を加えるが,  $\Pi_3 = \Pi_2$  となる. よって, 状態数を最小化すると表 1 のようになる.

表 1: 最小化した状態表

	$x = 0$	$x = 1$
$Q_0$	$Q_0, 0$	$Q_1, 1$
$Q_1$	$Q_0, 0$	$Q_3, 1$
$Q_3$	$Q_0, 1$	$Q_0, 1$

### 7.2

$\Pi_0 = \{[Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7]\}$  に入力  $x = 0, 1$  を加えた場合,  $Pi_0$  を出力に応じて以下の様に分割できる.

$$\Pi_1 = \{[Q_0, Q_4, Q_7], [Q_1, Q_2], [Q_3, Q_5, Q_6]\}$$

次に, 状態  $Q_0, Q_4, Q_7$  に入力  $x = 01$  を加えた場合, 出力系列は  $01, 01, 00$  となるので,  $[Q_0, Q_4]$  と  $[Q_7]$  は識別可能である. しかし, 他の入力  $x = 00, 10, 11$  を加えても, 状態  $Q_0, Q_4$  を細分できない. 次に, 状態  $Q_1, Q_2$  に入力  $x = 01$  を加えると, 出力系列はいずれも  $00, 00$  となるが,  $[Q_4]$  と  $[Q_7]$  が識別可能なので,  $[Q_1]$  と  $[Q_2]$  も識別可能である. また, 状態  $Q_3, Q_5, Q_6$  に入力  $x = 11$  を加えた場合, 出力系列はそれぞれ  $01, 00, 01$  となるので,  $[Q_3, Q_6]$  と  $[Q_5]$  は識別可能である. 他の入力  $x = 00, 01, 10$  を加えても, 状態  $Q_3, Q_6$  を細分できない. したがって,

$$\Pi_2 = \{[Q_0, Q_4], [Q_1], [Q_2], [Q_3, Q_6], [Q_5], [Q_7]\}$$

となる. したがって一例として  $\{[Q_0], [Q_1], [Q_2], [Q_3], [Q_5], [Q_7]\}$  と状態数を最小化できる.

### 7.3

#### (割当 1)

割当 1 の遷移表を表 2 に示す. 割当 1 をもとにした状態遷移関数のカルノー図を図 1 に示す. これより,

$$D_1 = y_1 x \vee \bar{y}_1 \bar{x}$$

$$D_2 = y_2 \bar{x} \vee \bar{y}_2 x$$

これより, 回路を図 2 に示す.

#### (割当 2)

割当 2 の遷移表を表 3 に示す. 割当 2 をもとにした状態遷移関数のカルノー図を図 3 に示す. これ

表 2: 割当 1 の遷移表

	$x = 0$	$x = 1$
$y_1 y_2$	$y_1' y_2', z$	$y_1' y_2', z$
00	10,0	01,1
01	11,1	00,0
10	00,0	11,1
11	01,1	10,0

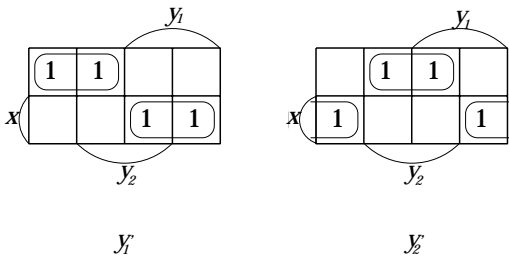


図 1: 割当 1 の状態遷移関数のカルノー図

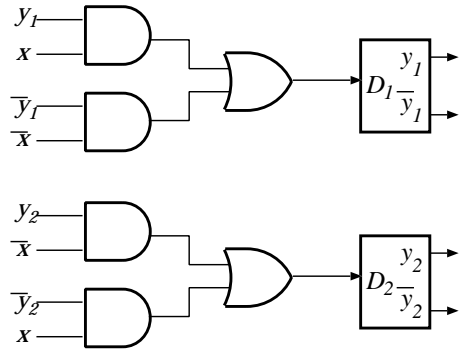


図 2: 割当 1 の回路

より,

$$D_1 = y_1 x \vee \bar{y}_1 \bar{x}$$

$$D_2 = \bar{y}_2 x$$

を得る. これより, 回路を図 4 に示す.

これより, 割当 2 を用いたほうが回路が簡単になる.

#### 7.4

$n$  個の状態変数で  $2^n$  個の状態を表現できる. よって  $R$  個の状態を表現するために,  $n$  個の状態変数を用いると, 異なる状態割当は

$$\frac{2^n!}{(2^n - R)!}$$

表 3: 割当 2 の遷移表

	$x = 0$	$x = 1$
$y_1 y_2$	$y_1' y_2', z$	$y_1' y_2', z$
00	11,0	01,1
01	10,1	00,0
11	00,0	10,1
10	01,1	11,0

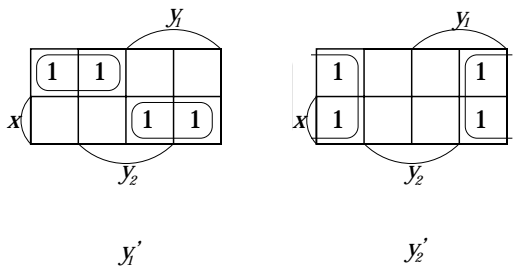


図 3: 割当 2 の状態遷移関数のカルノー図

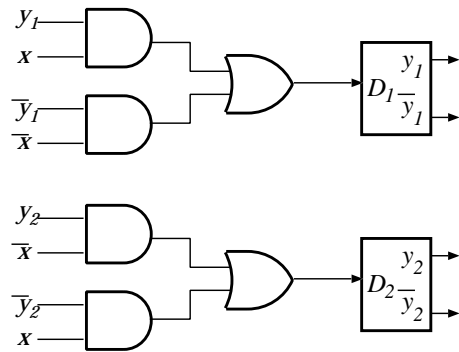


図 4: 割当 2 の回路

通り存在する. ここで, 各  $D$ -FF の出力は AND-OR 二段回路の入力へと接続されるが, これらの出力のラベル付けを入れ換えても AND-OR 二段回路の最小ゲート数は変わらないので

$$\frac{2^n!}{(2^n - R)!n!}$$

個の異なる状態割当を考えればよい. また, FF の出力の否定・入力変数の否定を行っても AND-OR 二段回路の最小ゲート数は変わらないので

$$\frac{2^n!}{(2^n - R)!n!2^n} = \frac{(2^n - 1)!}{(2^n - R)!n!}$$

個の異なる状態割当を考えれば十分である.